

Manuel utilisateur – Partie C.4 – Notice technique du module PIECOEF+

Date	Révision	Etabli par	Vérifié par	Commentaires
28/09/2020	Ind A	F. Cuira	F. Cuira	Edition Foxta v4
13/02/2026	Ind B	F. Cuira AM. Alzate	F. Cuira	Edition Foxta v5
18/09/2026	Ind C	F. Cuira AM. Alzate	F. Cuira	Modification Tableau 7

Table des matières

1. Préambule 4
2. Aspects théoriques 5
2.1. Principe du modèle « p–y » 5
2.2. Loi de réaction transversale du terrain 5
2.3. Prise en compte d'un déplacement libre du sol g(z) 6
2.4. Mise en équation 7
2.4.1. Principe 7
2.4.2. Modélisation de la réaction du sol 7
2.4.3. Résolution 8
3. Mise en œuvre pratique 9
3.1. Produit d'inertie EI 9
3.1.1. Cas d'un pieu de section circulaire en béton 9
3.1.2. Cas d'une barrette de section rectangulaire en béton 9
3.1.3. Cas d'un pieu de section tubulaire en acier 9
3.1.4. Cas d'un pieu (ou micropieu) de section mixte 9
3.2. Loi de réaction transversale du sol 10
3.2.1. Estimation à partir des propriétés pressiométriques (PMT) 10
3.2.2. Estimation à partir des propriétés pénétrométriques (CPT) 11
3.2.3. Estimation à partir des propriétés d'élasticité 11
3.2.4. Prise en compte des effets de surface 12
3.2.5. Prise en compte des effets de groupe 12
3.2.6. Définition d'une loi à N paliers 12
3.3. Chargement et conditions aux limites 13
3.3.1. Conditions de chargement en tête 13
3.3.2. Charges et raideurs de rappel ponctuelles le long de la fondation 13
3.3.3. Conditions en pointe 14
3.4. Déplacement libre du sol g(z) 14
3.5. Exploitation des résultats 16
3.5.1. Les déplacements et sollicitations internes 16
3.5.2. Matrice de rigidité en tête 17
4. Utilisation dans le domaine sismique 19
4.1. Généralités 19
4.1.1. Mécanismes d'interaction sol-structure sous séisme 19
4.1.2. Comportement du sol sous séisme 20

4.2. Définition des lois p-y sous séisme 23
4.2.1. Choix du type de comportement 23
4.2.2. Estimation à partir des données pressiométriques ou pénétrométriques 23
4.2.3. Estimation à partir du module de cisaillement sismique 23
4.3. Calcul des sollicitations d'origine inertielle 23
4.4. Calcul des sollicitations d'origine cinématique 24
4.4.1. Déformée cinématique du sol g(z) 24
4.4.2. Déformée cinématique adimensionnelle G(z) 24
4.4.3. Amplitude g_{max} de la déformée cinématique du sol 25
4.4.4. Calcul des sollicitations cinématiques 26
4.4.5. Cumul des sollicitations cinématiques et inertielles 26
5. Flambement et effets de 2nd ordre 27
5.1. Introduction 27
5.2. Efforts critiques de flambement 27
5.3. Traitement des effets de 2nd ordre 29
5.3.1. Mise en équation 29
5.3.2. Mise en œuvre pratique 30
6. Traitement des déformations d'effort tranchant 31
6.1. Principe 31
6.2. Détermination de la rigidité au cisaillement GS' 31
7. Bibliographie 32

1. Préambule

Le module PIECOEF+ est destiné à la justification géotechnique et structurale d'une fondation profonde (pieu, micropieu ou barrette) soumise à un chargement transversal, d'origine statique ou sismique. Le calcul est basé sur un modèle de type « p-y » qui assimile la fondation profonde à une poutre travaillant en flexion-cisaillement et simule l'interaction avec le sol environnant par des ressorts élasto-plastiques équivalents.

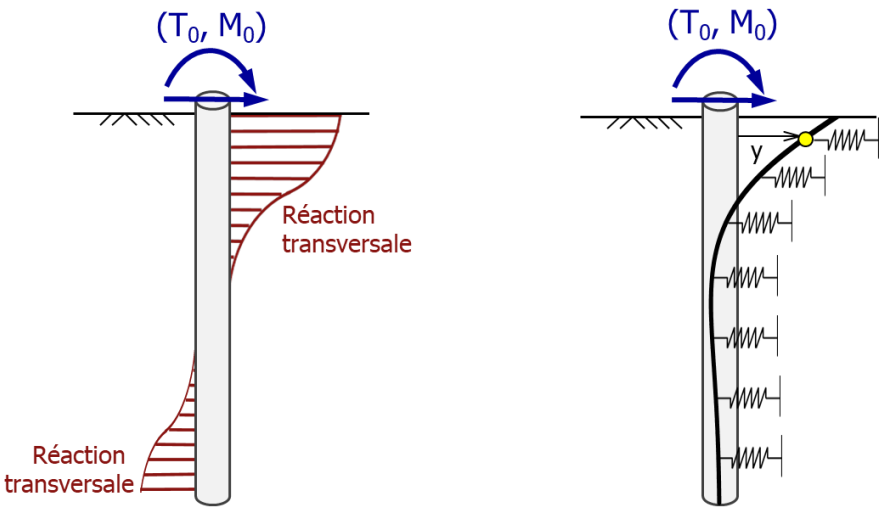


Figure 1 : Principe du modèle Piecoef+

La fondation profonde peut être soumise à un chargement en tête ou en profondeur. Un chargement en profondeur peut être spécifié, soit par des charges extérieures réparties s'appliquant directement sur la fondation, soit par un déplacement « libre » du sol (appliqué sur le support des ressorts) traduisant un mouvement libre transversal d'origine statique (poussées transversales) ou sismique (effet d'interaction cinématique sous séisme). La résolution du problème posée est menée sous PIECOEF+ à l'aide d'une formulation « matricielle » qui rend aisée :

- la modélisation d'une fondation profonde de section variable dans un terrain multicouche ;
- la prise en compte d'un déplacement libre du sol d'origine statique (§3.4) ou sismique (§4.4.1) ;
- le traitement de la plastification du sol selon une loi non linéaire à plusieurs paliers (§3.2);
- la prise en compte du flambement et d'une manière générale des effets de 2nd ordre pour les pieux de faible inertie, par la méthode des valeurs propres (voir §5) ;
- la prise en compte des déformations d'effort tranchant pour les pieux faiblement élancés, par un modèle de Timoshenko (voir §6).

La mise en œuvre du modèle PIECOEF+ permet ainsi d'accéder aux résultats suivants :

- la variation du déplacement transversal et de la rotation le long de la fondation profonde ;
- le diagramme des efforts internes (T, M) à prendre en compte pour la justification structurale de la fondation profonde ;
- détermination de la matrice de rigidité en tête de la fondation nécessaire aux analyses d'interaction sol-structure (voir §3.5.2) ;
- estimation de l'effort critique de flambement et des amplifications de déformée et de sollicitation par effet de 2nd ordre.

2. Aspects théoriques

2.1. Principe du modèle « p–y »

Le principe des calculs réalisés par PIECOEF+ repose sur un modèle de type « p-y » généralisé qui consiste à assimiler le sol en interaction avec la fondation profonde à une série de ressorts élasto-plastiques placés le long du fût. La fondation profonde est assimilée à une poutre (mince ou épaisse) travaillant en flexion-cisaillement et caractérisée par un produit d'inertie EI (voir §3.1) et, éventuellement, une rigidité au cisaillement GS' (voir §6.2).

La réaction linéique, notée P, des ressorts qui modélisent le terrain représente, par construction, la résultante de la pression horizontale mobilisée autour du fût à une profondeur donnée comme le rappelle la figure suivante. Le comportement de ces ressorts obéit à une loi de mobilisation non-linéaire à N paliers selon les principes décrits dans le paragraphe suivant.

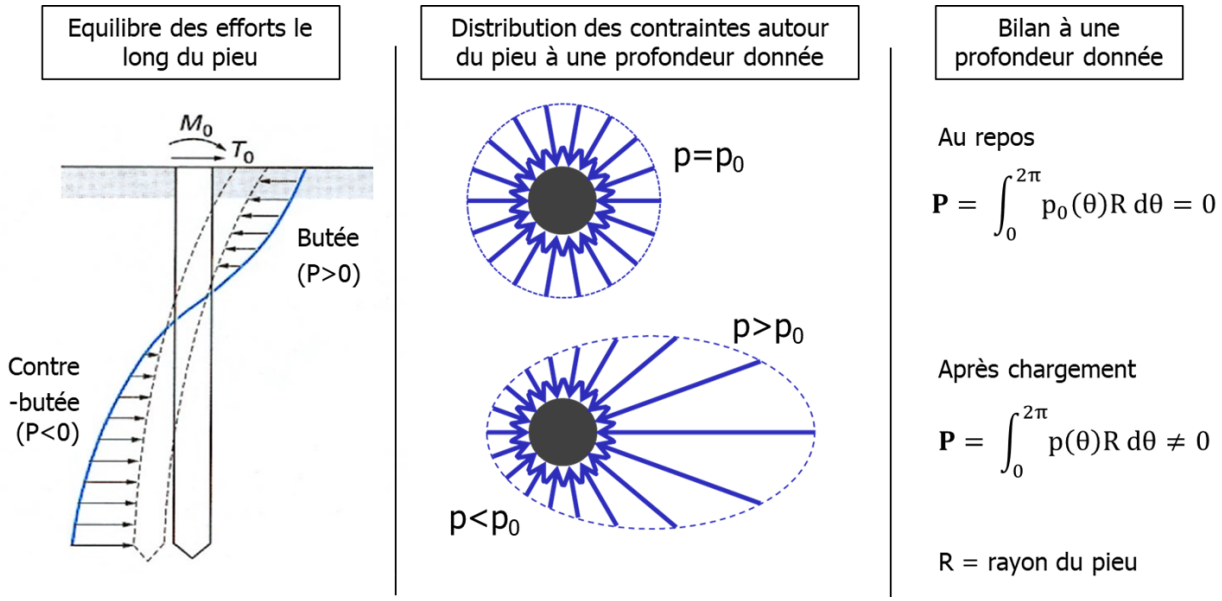


Figure 2 : Modèle « p-y » - Définition conventionnelle de la réaction du sol

2.2. Loi de réaction transversale du terrain

Par convention du modèle « p-y », le déplacement transversal de la fondation profonde, noté y, s'accompagne d'une réaction linéique du terrain, notée P et exprimée en kN/m. Le rapport P/y est ce que l'on appelle « module de réaction » du sol, noté K_f et exprimé en kPa :

$$K_f = P/y$$

Dans la pratique, on utilise également la notion de réaction surfacique du terrain, notée p et exprimée en kPa, prise par convention égale au rapport entre P et B :

$$p = P/B$$

A cette réaction surfacique, est associée une raideur surfacique du terrain, notée « k_f » et exprimée en kPa/m. Cette raideur surfacique est également appelée « coefficient de réaction ». On a donc, par convention :

$$k_f = p/y = K_f/B$$

Dans Piecoef+, la mobilisation de la réaction transversale du terrain obéit à une loi symétrique à N paliers traduisant la variation de la réaction surfacique p (en kPa) du terrain en fonction du déplacement y de la fondation profonde. Les produits $k_{f,i}B$ désignent des « modules de réaction » exprimés en kPa.

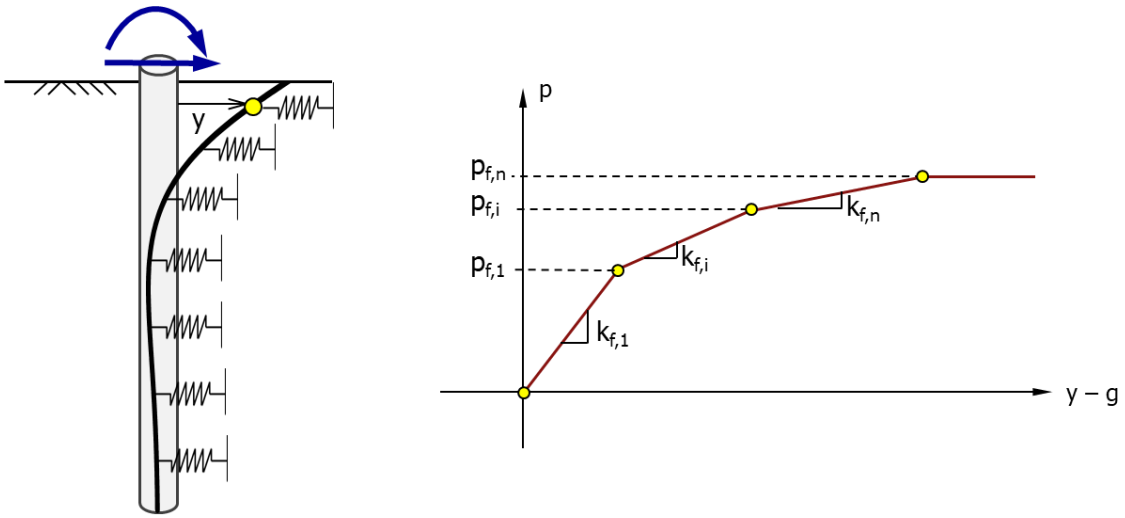


Figure 3 : Loi de mobilisation de la réaction transversale du sol

Les valeurs de k_{f1} et k_{f2} peuvent être estimées en pratique par corrélation avec les mesures pressiométriques (§3.2.1), pénétrométriques (§3.2.2) ou à partir des propriétés élastiques du terrain (§3.2.3).

2.3. Prise en compte d'un déplacement libre du sol g(z)

On considère la situation d'une fondation profonde édifiée dans un terrain faisant l'objet d'un mouvement transversal, noté g(z), d'origine statique (chargement dissymétrique en surface, excavation ou remblaiement à proximité de la fondation profonde) ou sismique (déformée cinématique liée à la mise en résonance du terrain par le passage des ondes sismiques).

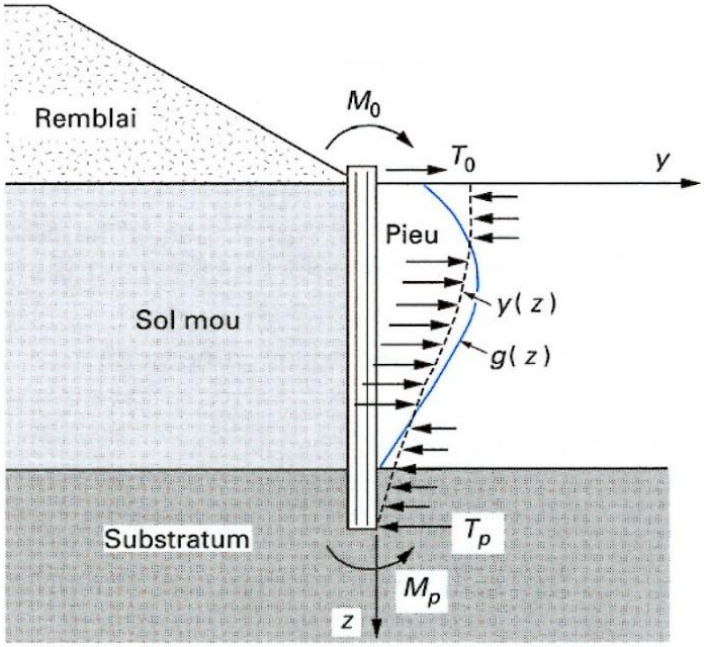


Figure 4 : Exemple d'une fondation profonde dans un sol soumis à un déplacement g(z)

Cette situation peut être traitée par une généralisation du modèle « p-y » décrit précédemment, en écrivant que la réaction transversale du terrain est fonction non pas du déplacement « absolu » de la fondation mais de la différence de la différence y(z) – g(z) entre le déplacement « d'équilibre » y(z) et le déplacement libre du sol g(z). Dans un tel modèle, la réaction du terrain a un caractère « actif » pour $y(z) < g(z)$ et passif pour $y(z) > g(z)$.

A noter que par convention, le déplacement libre du sol g(z) est celui que l'on obtient en l'absence de la fondation profonde. Ce déplacement peut être estimé préalablement au calcul PIECOEF+, par des modèles empiriques, analytiques (par exemple à partir de TASSELDO) ou numériques (par modélisation en éléments finis ou par différences finies en deux ou trois dimensions du terrain déformable). Sous séisme, ce déplacement correspond au mode vibration propre du terrain.

2.4. Mise en équation

2.4.1. Principe

Dans un premier temps, on se place dans le cas général d'une fondation profonde suffisamment élancée pour que la contribution des déformations d'effort tranchant soit négligeable (voir §6 pour la prise en compte des déformations d'effort tranchant). Cela permet d'adopter la théorie des poutres minces (modèle de Bernoulli) et d'établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EI(z)\frac{d^2y(z)}{dz^2}\right] = B(z)[q(z) - p(z)]$$

Où :

- y(z) déplacement transversal de la fondation profonde au niveau z ;
- EI(z) produit d'inertie de la fondation profonde ;
- q(z) surcharge surfacique (éventuelle) s'appliquant directement le long du fût ;
- p(z) réaction surfacique du sol (= P(z)/B(z)) ;
- B(z) diamètre extérieur équivalent de la fondation profonde.

Cette équation est complétée par :

- la loi de mobilisation de la réaction du sol (§2.4.2) reliant p(z) à y(z) ;
- les conditions aux limites en tête (§3.3.1) : efforts ou raideurs imposés ;
- les conditions le long de la fondation (§3.3.2) : efforts ou raideurs imposés ;
- les conditions aux limites en pied (§3.3.3) : efforts ou raideurs imposés.

2.4.2. Modélisation de la réaction du sol

La fondation est en interaction avec un terrain multicouche de comportement élasto-plastique. Chaque couche est assimilée à une distribution de ressorts non-linéaires dont le comportement obéit à une loi générale à N paliers . Cette loi permet d'exprimer, en tout point et pour un « palier » donné, la réaction surfacique du sol p(z) comme une fonction affine du déplacement relatif y(z) – g(z) :

$$p(z) = a[y(z) - g(z)] + b$$

Le terme « a » est homogène à une raideur surfacique et correspond à la tangente à la courbe de mobilisation en un point donné (part élastique) ; le terme « b » est homogène à une pression et correspond à l'intersection de la tangente avec l'axe des ordonnées (part plastique).

2.4.3. Résolution

Dans PIECOEF+, la résolution du système d'équations est menée numériquement en discrétisant la fondation profonde en éléments finis de poutre. On utilise pour cela des éléments classiques à 2 nœuds et 2 degrés de liberté par nœud : 1 déplacement transversal y et 1 rotation ω. Le degré de liberté en rotation n'est autre que la première dérivée partielle du déplacement transversal (théorie des poutres minces) : $\omega = dy/dz$.

La plastification du sol est traitée par une procédure itérative dont la convergence est contrôlée moyennant deux critères :

- Une tolérance relative prise par défaut égale à 10^{-4} ;
- Une incrémentation (20 par défaut) du chargement extérieur appliqué sur la fondation.

La résolution du système final permet d'obtenir les déplacements y(z), rotations ω(z), et réactions P(z) (ou p(z) = P(z)/B(z)) en tout point de la fondation profonde. Connaissant la réaction du sol p(z), les moments fléchissants M(z) et efforts tranchants T(z) sont calculés ensuite par intégration selon les relations suivantes :

$$M(z) = \int_0^z T(x)dx + M(0) \qquad \text{et} \qquad T(z) = \int_0^z B(x)[q(x) - p(x)]dx + T(0)$$

3. Mise en œuvre pratique

3.1. Produit d'inertie EI

Toujours dans le cadre de la théorie des poutres minces, la mise en œuvre du modèle nécessite de définir le produit d'inertie EI de la fondation profonde. PIECOEF+ permet de spécifier la valeur de EI par couche.

3.1.1. Cas d'un pieu de section circulaire en béton

Pour un pieu en béton de section circulaire pleine de diamètre B :

$$EI = E_b \frac{\pi B^4}{64}$$

Où E_b désigne le module d'Young du béton que l'on prend égal à :

- $E_b = 10\,000$ MPa pour un chargement de longue durée ;
- $E_b = 30\,000$ MPa pour un chargement instantané.

3.1.2. Cas d'une barrette de section rectangulaire en béton

Pour une barrette de section rectangulaire pleine de longueur L et de largeur B :

$$EI_L = E_b \frac{BL^3}{12} \qquad EI_B = E_b \frac{LB^3}{12}$$

Où EI_L (resp. EI_B) désigne le produit d'inertie pour un chargement dans la direction de L (resp. B).

Le module d'Young du béton E_b est estimé selon les indications du §3.1.1.

3.1.3. Cas d'un pieu de section tubulaire en acier

Pour un pieu de section tubulaire en acier, de diamètre extérieur B_{ext} et de diamètre intérieur B_{int} :

$$EI = E_a \frac{\pi\left(B_{ext}^4 - B_{int}^4\right)}{64}$$

Où E_a désigne le module d'Young de l'acier pris égal à 210 000 MPa.

3.1.4. Cas d'un pieu (ou micropieu) de section mixte

Pour un pieu ou micropieu de section mixte (profilé tubulaire, en I ou en H mis en œuvre dans un forage en béton ou en coulis de ciment), le produit d'inertie résultant est calculé à l'aide de la relation :

$$EI = E_a I_a + E_b(I_b - I_a) \quad \text{avec} \quad I_b = \frac{\pi B^4}{64}$$

Où E_a est le module d'Young de l'acier (= 210 000 MPa), I_a est l'inertie en flexion du profilé (dans la direction du chargement), B est le diamètre extérieur du forage, E_b le module d'Young du béton ou du coulis de ciment (que l'on peut négliger en première approximation).

3.2. Loi de réaction transversale du sol

Dans la pratique française, les lois de réaction p-y sont établies sous la forme d'une courbe bi-linéaire symétrique comme le montre la figure suivante.

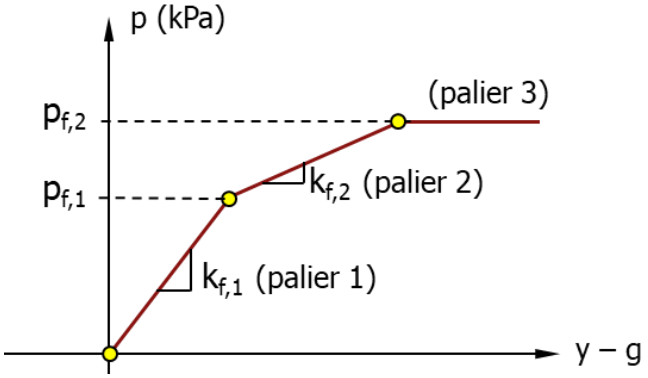


Figure 5 : Courbe de mobilisation à trois paliers – notations et conventions

3.2.1. Estimation à partir des propriétés pressiométriques (PMT)

Les coefficients de réaction $k_{f,i}$ peuvent être estimés à partir du modèle de Ménard selon la relation (NF P 94 262) :

$$k_{f,i}B = \mu_i \frac{18\rho E_M}{4(2{,}65\rho)^{\alpha} + 3\alpha\rho} \quad \text{avec} \quad \rho = \max\left(\frac{B}{B_0}; 1\right)$$

Où :

- E_M module pressiométrique de Ménard ;
- α coefficient rhéologique variant de 0,33 pour un sol sableux à 0,67 pour sol argileux;
- μ_i coefficient multiplicateur dépendant du type de sollicitation ;
- B_0 dimension de référence prise égale à 0,6 m ;

Les valeurs de μ_i ainsi que celles des paliers plastiques p_{f1} et p_{f2} sont données dans le Tableau 1.

Type de sollicitation	μ_1	μ_2	p_{f1}	p_{f2}
Sollicitations permanentes en tête dominantes	1	0	p_{fluage}	p_{fluage}
Sollicitations de courte durée en tête dominantes	2	0	p_{fluage}	p_{fluage}
Poussées transversales du sol dominantes (statiques)	1	$\mu_1/2$	p_{fluage}	p_{limite}
Sollicitations accidentelles en tête dominantes	2	$\mu_1/2$	p_{fluage}	p_{limite}
Sollicitations sismiques dominantes	2 à 6	$\mu_1/2$	p_{fluage}	p_{limite}

Tableau 1 : Valeurs des coefficients μ_i et des paliers p_{fi} en fonction du type de sollicitation

Où p_{fluage} et p_{limite} sont respectivement la pression de fluage nette (p_f^*) et la pression limite nette (p_l^*) mesurées à l'essai pressiomértrique. Il est important de noter que dans les situations où les

poussées transversales du sol dominent, la réaction du sol est réputée être de caractère « actif » (le sol « pousse » la fondation). La sécurité est ainsi mieux assurée avec une loi de réaction allant jusqu'à la pression limite (Tableau 1).

3.2.2. Estimation à partir des propriétés pénétrométriques (CPT)

Les coefficients de réaction frontaux $k_{f,i}$ peuvent également être estimés à partir de la résistance de cône obtenue par un essai CPT selon la relation (NF P 94 262) :

$$k_{f,i}B = \mu_i \beta q_c$$

Où :

- q_c résistance de cône pénétrométrique ;
- μ_i coefficient multiplicateur dépendant du type de sollicitation (Tableau 1);
- β facteur de corrélation fonction du type de terrain (Tableau 2) ;
- B diamètre du pieu.

Les valeurs de μ_i ainsi que celles des paliers plastiques p_{f1} et p_{f2} sont données dans le Tableau 1. Dans le cas du pénétromètre statique, les paliers plastiques sont estimés par corrélation avec la résistance de cône selon la relation (NF P 94 262) :

$$p_{fluage} = \frac{q_c}{\beta_1} \quad \text{et} \quad p_{limite} = \frac{q_c}{\beta_2}$$

Où β_1 et β_2 sont des facteurs de corrélation donnés dans le tableau suivant (NF P 94 262) :

	Terrain sableux	Terrain intermédiaire	Terrain argileux	Craie et Marnes
β	2,25	3,75	6	2,25
β_1	13,0	10,0	5,0	13,0
β_2	8,0	6,0	3.5	8,0

Tableau 2 : Valeurs des facteurs de corrélation β, β_1 et β_2

3.2.3. Estimation à partir des propriétés d'élasticité

Le coefficient de réaction du sol pour un pieu circulaire flexible peut également être caractérisé à partir du module de cisaillement du terrain G à l'aide de la relation suivante (Frank, 1982) :

$$k_f \approx \frac{2{,}4(1+\nu)G}{B}$$

Avec ν le coefficient de Poisson du sol.

Les paliers plastiques p_{limite} et p_{fluage} peuvent être reliés à la résistance au cisaillement non drainée c_u à l'aide de relation :

$$p_{fluage} \approx 4c_u \qquad \text{et} \qquad p_{limite} \approx 6c_u$$

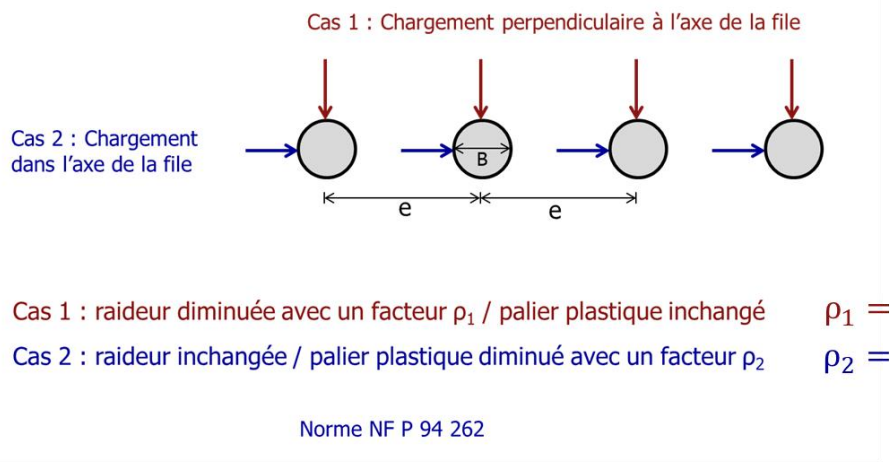
3.2.4. Prise en compte des effets de surface

Quelque soit la méthode utilisée pour l'estimation du coefficient de réaction du sol, il convient de prendre en compte les effets de dégradation à proximité du niveau du TN initial. La norme NF P 94 262 propose d'appliquer cette dégradation de façon homothétique sur la courbe de mobilisation de la réaction du sol (sur les raideurs et paliers plastiques) selon les principes suivants :

- Coefficient de dégradation variant linéaire de 0,5 en surface à 1,0 à la base de la zone de dégradation ;
- La zone de dégradation s'étend sur une profondeur de 2 x B pour un terrain cohérent à 4 x B pour un terrain frottant, où B est le diamètre extérieur de la fondation profondeur.

3.2.5. Prise en compte des effets de groupe

La norme NF P 94-262 admet que les lois de réaction d'une fondation isolée s'appliquent pour les groupes de fondations dont l'entraxe « e » est supérieur à 3 B (B = diamètre de la fondation profonde). Si cette condition n'est pas remplie, des règles de réduction sont appliquées selon les indications de la figure suivante.



$$\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{e}{B} - 1\right) \qquad \rho_0 \approx \frac{\alpha + \frac{4}{3}(2{,}65)^{\alpha}}{N\alpha + \frac{4}{3}(2{,}65N)^{\alpha}}$$

Figure 6 : Dégradation des lois de réaction par effet de groupe

3.2.6. Définition d'une loi à N paliers

Piecoef+ permet également de traiter le cas d'une loi « utilisateur » à N paliers définie point par point. Cela permet notamment d'approcher certaines lois p-y de forme hyperbolique telles que celles proposées dans les normes API.

3.3. Chargement et conditions aux limites

3.3.1. Conditions de chargement en tête

Les conditions de chargement en tête de la fondation profonde peuvent être spécifiées selon les considérations pratiques suivantes :

- La modélisation de référence est celle d'un couple (T_0, M_0) transmis par la structure portée (résultat du modèle « Structure »), sachant que PIECOEF+ permet aisément le traitement d'un grand nombre de cas de charge en tête ;
- Le moment en tête M_0 peut être pris égal à 0 pour les situations où la condition de liaison avec la structure portée est assimilée à une articulation (il s'agit souvent d'un choix de conception purement « conventionnel ») ;
- Il est important de noter qu'une condition « d'encastrement » de la fondation profonde dans la semelle de liaison n'est pas nécessairement équivalente à celle d'une rotation bloquée en tête de la fondation profonde ;
- PIECOEF+ permet également de spécifier les conditions de chargement en tête sous la forme d'un déplacement et/ou une rotation imposée.

3.3.2. Charges et raideurs de rappel ponctuelles le long de la fondation

PIECOEF+ permet la définition de raideurs ponctuelles « additionnelles » en tête ou le long du fût traduisant des conditions de liaison élastiques avec un autre élément structural :

- Raideur ponctuelle en translation transversale notée K dans PIECOEF+ (en kN/m) ;
- Raideur ponctuelle en rotation notée C dans PIECOEF+ (en kNm/rad).

A noter qu'il est également possible d'introduire un chargement ponctuel extérieur le long du fût. Le choix d'une raideur numériquement élevée permet de simuler une condition d'appui « parfaite » de type articulation (K élevée) ou encastrement (C élevée).

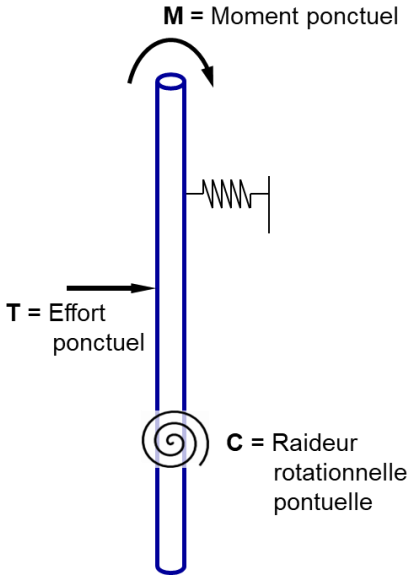
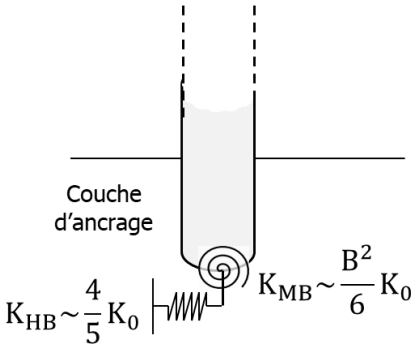


Figure 7 : Conditions de chargement ou de raideurs ponctuelles long du fût

3.3.3. Conditions en pointe

Dans le cas général, les fondations profondes de type « pieu » et « micropieu » présentent un comportement transversal suffisamment souple vis-à-vis du terrain pour que la contribution de la pointe dans l'équilibre transversal soit négligée. Ceci-ci est effectivement le cas pour des pieux circulaires chargés en tête de longueur supérieure ou égale à 8 fois le diamètre (ce qui correspond à la majorité des situations courantes).

Pour les autres situations (fondations de type barrettes, pieux courts, pieux soumis à des poussées latérales en profondeur etc.), il convient d'examiner les effets de « blocage élastique » en pointe. Ces effets peuvent être simulés par des raideurs ponctuelles, en translation (K_{HB}) et rotation (K_{MB}), spécifiées à la base de la fondation selon les modalités pratiques de la figure suivante.



$K_0 \sim 5$ à $11 \times E_M B$ (PMT)

$K_0 \sim 5$ à $20 \times q_c B$ (CPT)

$K_0 \sim \frac{B}{1-\nu^2} E$ (Elasticité)

Figure 8 : Traitement des effets de blocage élastiques en pointe

La validité des expressions ci-dessus suppose implicitement que la charge verticale en pointe est suffisamment élevée pour qu'il n'y ait ni décollement ni glissement.

3.4. Déplacement libre du sol g(z)

On s'intéresse ici à la situation d'une fondation profonde édifiée dans un terrain faisant l'objet d'un déplacement transversal notée g(z). Celle-ci peut être liée à l'application d'un chargement superficiel (remblaiement, bâtiment voisin fondé superficiellement etc.) ou d'une excavation à proximité de la fondation profonde. Cette déformée transversale du terrain a pour conséquence d'induire dans la fondation profonde des sollicitations additionnelles (moments fléchissants et efforts tranchants) qu'il convient de prendre dans la justification structurale de la fondation. A noter qu'en toute rigueur, un tel phénomène s'accompagne généralement d'un mécanisme de frottement négatif lié au tassement du terrain à proximité de la fondation profonde que l'on peut appréhender par un modèle de type t-z, à l'aide du module TASPIE+ par exemple.

Ce déplacement g(z), également appelé déplacement libre du sol (en ce sens qu'il correspond par convention au déplacement qui serait obtenu au droit de la fondation profonde, en l'absence de celle-ci), peut être estimé par des solutions en élasticité dans le cas où le comportement du terrain peut être considéré comme élastique, à l'aide du module TASSELDO par exemple. Il peut également être estimé en ayant recours à des modèles numériques 2D ou 3D sans prise en compte de la fondation profonde, avec des lois de comportement aptes à rendre compte du comportement non drainé ou drainé des terrains en place et des effets de plasticité éventuels (notamment pour des problèmes de remblai sur sol compressible où les niveaux de sécurité sont faibles en comparaison de ceux requis pour une fondation superficielle).

La norme NF P 94 262 propose une méthode empirique pour évaluer la fonction g(z) à court et à long terme pour des fondations situées à proximité du pied d'un remblai sur sols mous. Elle résulte

de nombreuses mesures de déplacements effectuées en France dans les années 1970-1980, sur une quinzaine de sites différents (Bourges et al., 1980). Dans le cadre de cette méthode empirique, le déplacement libre du sol est défini comme le produit de deux termes :

$$g(z) = g_{max}\, G(Z) \qquad \text{avec} \quad Z = z/D$$

Où :

- z profondeur comptée depuis le toit de la couche compressible ;
- D épaisseur de la couche compressible ;
- g_{max} déplacement horizontal maximal du sol compressible dont la valeur dépend, d'une part de la position relative du pieu par rapport au remblai et, d'autre part du planning prévu pour les travaux (Figure 10);
- G(Z) déformée adimensionnelle supposée indépendante du temps et de la position du pieu (Figure 9).

Les observations faites sur un grand nombre de cas réels ont permis de mettre en évidence que la déformée adimensionnelle G(Z) en pied de remblai est invariable en fonction du temps et qu'elle correspond généralement à l'une des deux courbes de la Figure 9. On utilise la courbe I dans le cas général et la courbe II lorsqu'il existe en surface une couche moins déformable (couche surconsolidée, par exemple) sur une hauteur d'au moins 0,3D. Les équations de ces deux déformées adimensionnelles sont les suivantes :

- courbe I : $G(Z) = 1{,}83\ Z3 - 4{,}69\ Z2 + 2{,}13\ Z + 0{,}73$;
- courbe II : $G(Z) = -2{,}0\ Z3 + 1{,}5\ Z + 0{,}5$.

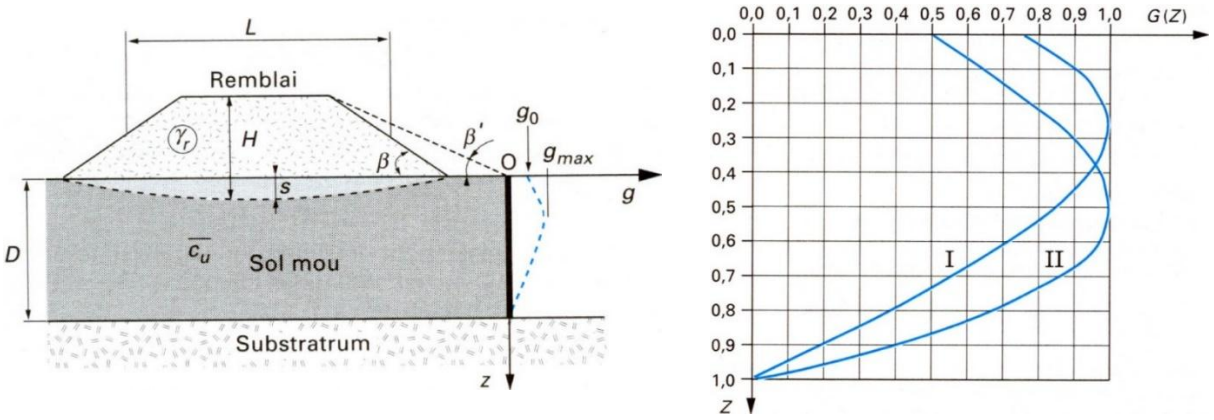


Figure 9 : Conventions et notations de la méthode empirique– Déformée adimensionnelle G(Z)

L'amplitude maximale du déplacement horizontal de la couche compressible est ensuite estimée comme la somme de deux termes :

$$g_{max} = g_{max,0} + \Delta g_{max}(t)$$

Avec :

- $g_{max,0}$ déplacement instantané (à considérer uniquement si la fondation profonde est réalisée avant édification du remblai) ;
- $\Delta g_{max}(t)$ déplacement différé fonction de la durée d'exploitation de l'ouvrage.

La valeur de $g_{max,0}$ est reliée empiriquement à la position de la fondation profonde par rapport au pied du remblai ainsi qu'à la réserve de sécurité disponible entre la charge appliquée par le remblai et la contrainte de rupture du sol compressible. La Figure 10 (gauche) donne le rapport $g_{max,0}/D$ en fonction de deux paramètres : un paramètre géométrique « m » caractérisant la position relative de la fondation profonde par rapport à la crête du remblai, et un coefficient de sécurité « f » vis à vis de la portance du sol compressible.

La valeur $\Delta g_{max}(t)$ est reliée empiriquement au tassement différé $\Delta s(t)$ à l'axe du remblai à l'instant t. La valeur de $\Delta s(t)$ résulte dans la pratique d'un calcul préalable à l'aide d'un modèle de type TASSELDO+ par exemple. Le rapport $\Delta g_{max}(t)/\Delta s(t)$ est donné sur la Figure 10 (droite) pour un talus 3H/2V en fonction de la position relative de la fondation profonde : celui-ci varie entre 0,25 pour une fondation positionnée sous la crête du talus à 0,16 pour une fondation positionnée en pied de talus.

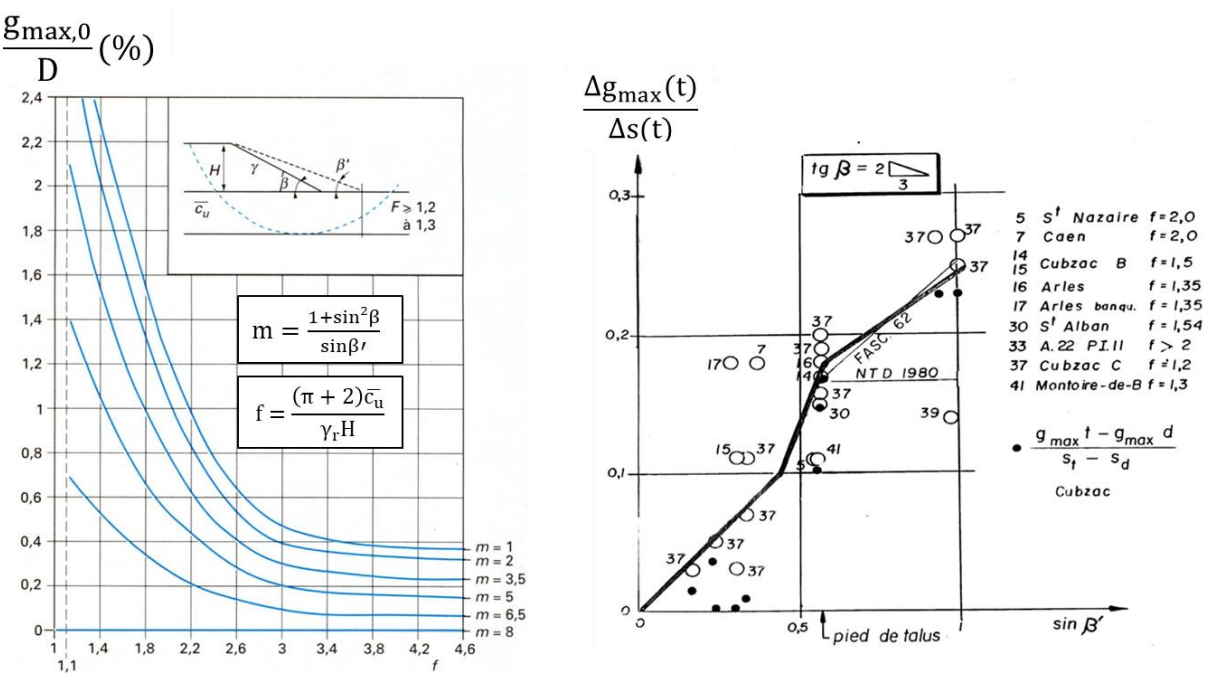


Figure 10 : Abaques expérimentaux pour l'estimation de $g_{max,0}/D$ et $\Delta g_{max}(t)/\Delta s(t)$

3.5. Exploitation des résultats

3.5.1. Les déplacements et sollicitations internes

La mise en œuvre du modèle PIECOEF+ permet d'avoir accès aux diagrammes de déplacements, rotations, réactions et sollicitations internes dans l'élément de fondation.

Le modèle PIECOEF+ suit une procédure de calcul élasto-plastique. La réaction du terrain issue du modèle est ainsi par construction compatible avec le seuil de plasticité imposé par l'utilisateur. Ce seuil de plasticité est pris réglementairement égal à la pression de fluage sous chargement en tête de courte ou longue durée (voir §3.2.1 et §3.2.2). Ce plafonnement à la pression de fluage, propre aux règles françaises, couvre de façon conservative l'effet des chargements cycliques sur toute la durée d'exploitation de l'ouvrage pour tous les cas de charges prévus dans les Eurocodes nécessitant une vérification des déplacements (ELS Caractéristiques et ELS Fréquentes).

Ainsi d'un point de vue strictement réglementaire, la justification transversale de la fondation profonde se ramène dans la pratique à :

- Une analyse de l'amplitude des déplacements vis-à-vis des critères de conception de l'ouvrage porté ;
- Une analyse des sollicitations internes (T, M) vis-à-vis de la résistance structurale de la fondation profonde (vérification de type Eurocode 2 ou 3 selon le matériau constitutif de la fondation).

3.5.2. Matrice de rigidité en tête

Dans le cadre des analyses d'interaction sol-structure, la réponse en tête d'une fondation profonde, peut être entièrement décrite par une matrice de rigidité, calculée automatiquement par PIECOEF+ et qui relie le torseur appliqué (T, M) au vecteur de déplacements qui en résulte (y, ω) :

$$\begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}_{\text{tête}} = \begin{pmatrix} K_{HH} & K_{HM} \\ K_{HM} & K_{MM} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} y \\ \omega \end{pmatrix}_{\text{tête}} \qquad (1)$$

Où :

- K_{HH} $(= \rho_1)$ raideur horizontale en tête pour une rotation nulle $(\omega = 0)$;
- K_{MM} $(= \rho_3)$ raideur rotationnelle en tête pour une translation nulle $(y = 0)$;
- K_{HM} $(= \rho_2)$ raideur de couplage rotation/translation.

Les trois termes (K_{HH}, K_{HM} et K_{MM}) forment un tout indissociable. En particulier, le terme de rigidité non diagonal K_{HM} ne peut être négligé en dehors de certains cas particuliers (moment nul $M = 0$ ou rotation complètement bloquée $\omega = 0$ en tête). Ce terme de couplage traduit le fait que l'application d'une force horizontale (ou d'un moment) génère à la fois un déplacement horizontal et une rotation en tête de la fondation.

Le cas conventionnel d'un pieu articulé en tête $(M = 0)$ permet une simplification de la matrice de rigidité (6) comme suit :

$$T_{\text{tête}} = \left[K_{HH} - \frac{K_{HM}^2}{K_{MM}} \right] . y_{\text{tête}} \quad \text{pour} \quad M = 0$$

Le cas particulier d'un pieu dont la tête est bloquée en rotation $(\omega = 0)$ permet également une simplification de la matrice de rigidité (6) comme suit :

$$T_{\text{tête}} = K_{HH} . y_{\text{tête}} \quad \text{pour} \quad \omega = 0$$

Dans le cas général, le couplage avec le modèle « structure » peut être mené à l'aide un modèle analogique dans lequel la fondation profonde est représentée par l'intermédiaire d'une barre rigide de longueur $L_{eq} = |K_{HM}/K_{HH}|$ supportée par un jeu de ressorts découplés (K_V, K_H, K_M) comme illustré sur la figure suivante (Cuira et Brûlé, 2017). À noter que dans le cadre d'une telle modélisation, la descente de charge en tête du pieu doit, par construction, être appliquée en tête de la barre rigide et non dans les ressorts placés en pied. Enfin, sur la figure ci-dessous, K_V désigne la raideur verticale de la fondation profonde estimée par un calcul préalable sous TASPIE+.

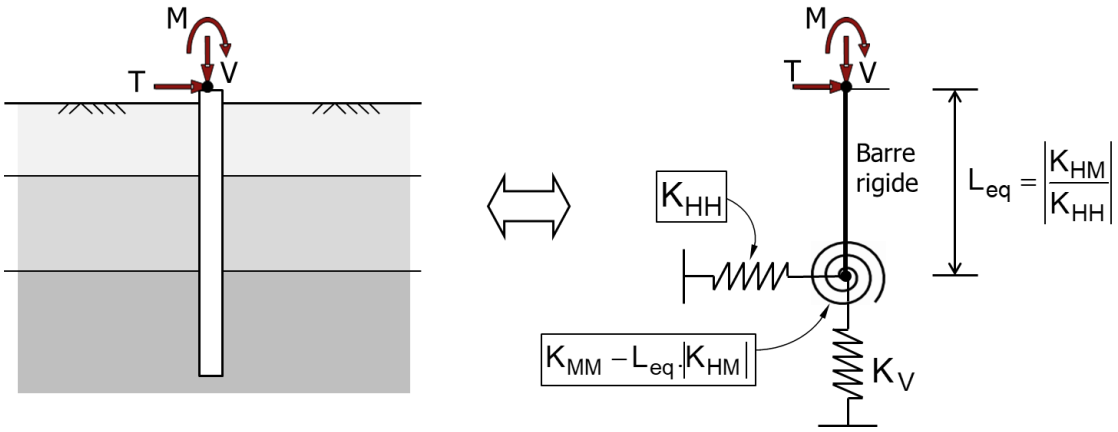


Figure 11 : Modèle analogique pour la prise en compte des termes de couplage

Le formalisme de l'équation (1) est en toute rigueur valable dans le cadre simplifié d'un terrain de comportement linéaire et en l'absence de tout chargement extérieur autre que celui appliqué en tête de la fondation. En dehors de ce cadre simplifié, la relation entre le torseur appliqué en tête et le déplacement qui en résulte est non-linéaire et les termes constituant la matrice de rigidité varient avec l'amplitude de la charge appliquée. Cette non-linéarité peut être traduite de deux façons :

- A l'aide d'une matrice de rigidité sécante $\begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}_{tête} = \begin{pmatrix} K^s_{HH} & K^s_{HM} \\ K^s_{HM} & K^s_{MM} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} y \\ \omega \end{pmatrix}_{tête}$

- A l'aide d'une matrice de rigidité tangente $\begin{pmatrix} T \\ M \end{pmatrix}_{tête} = \begin{pmatrix} K^t_{HH} & K^t_{HM} \\ K^t_{HM} & K^t_{MM} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} y \\ \omega \end{pmatrix}_{tête} + \begin{pmatrix} T_0 \\ M_0 \end{pmatrix}$

Dans le cas d'une matrice de rigidité tangente, les termes de raideur sont complétés par un torseur de référence (T_0, M_0) qui correspond à « l'ordonnée » à l'origine de la courbe de réponse de la fondation en tête. Les deux écritures sont équivalentes au voisinage du point de chargement considéré. Dans la pratique, l'utilisation d'une matrice tangente (associée à un torseur de référence) permet une convergence plus rapide du processus d'interaction sol-structure. La matrice de rigidité sécante se révèle toutefois d'une utilisation plus aisée pour les bureaux d'études en charge de dimensionner la structure portée.

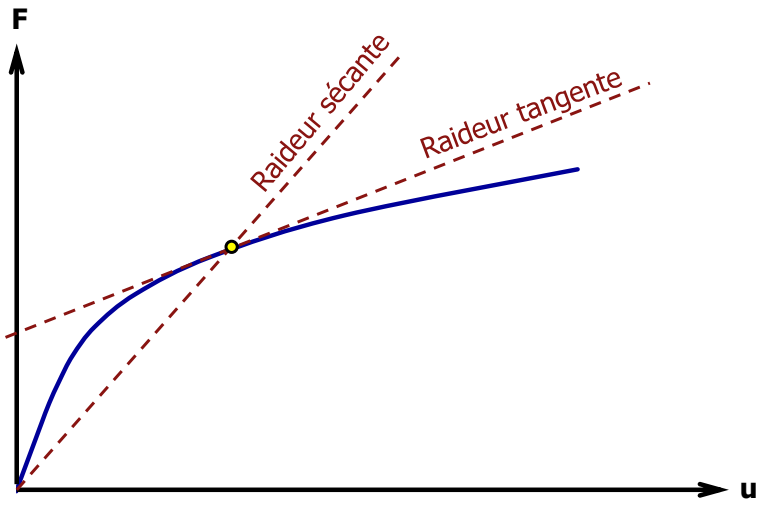


Figure 12 : Notion de raideur sécante vs raideur tangente

4. Utilisation dans le domaine sismique

4.1. Généralités

4.1.1. Mécanismes d'interaction sol-structure sous séisme

Sous action sismique, les fondations profondes subissent deux sources de sollicitation :

- Les sollicitations d'origine « inertielle » : résultant des forces d'inertie qui se développent dans la superstructure sous action sismique ;
- Les sollicitations d'origine « cinématique » : résultant de la déformation du sol environnant due au passage des ondes sismiques. Pour les fondations profondes et au titre d'une approche pseudo-statique, ces mécanismes d'interaction sont comparables à ceux décrits dans le cas de poussées transversales du sol (§3.4).

Dans la pratique, le traitement de ces deux sources de sollicitation sous PIECOEF+ est mené de façon « découplée » selon les modalités suivantes :

- Adaptation des lois de réaction et du produit d'inertie de la fondation profonde au caractère dynamique de la sollicitation sismique ;
- Sous action inertielle, application d'une descente de charge « sismique » correspondant à l'interaction de la fondation avec la structure portée ;
- Sous action cinématique, définition d'un déplacement libre du sol g(z) compatible avec l'intensité du séisme et la rigidité du terrain. Ce déplacement est généralement accompagné d'une condition de blocage élastique en tête de la fondation compatible avec la capacité du système de liaison à s'opposer ou non à la rotation et au déplacement de la fondation. L'approche couramment utilisée consiste à considérer une condition de type « rotation bloquée en tête » ;

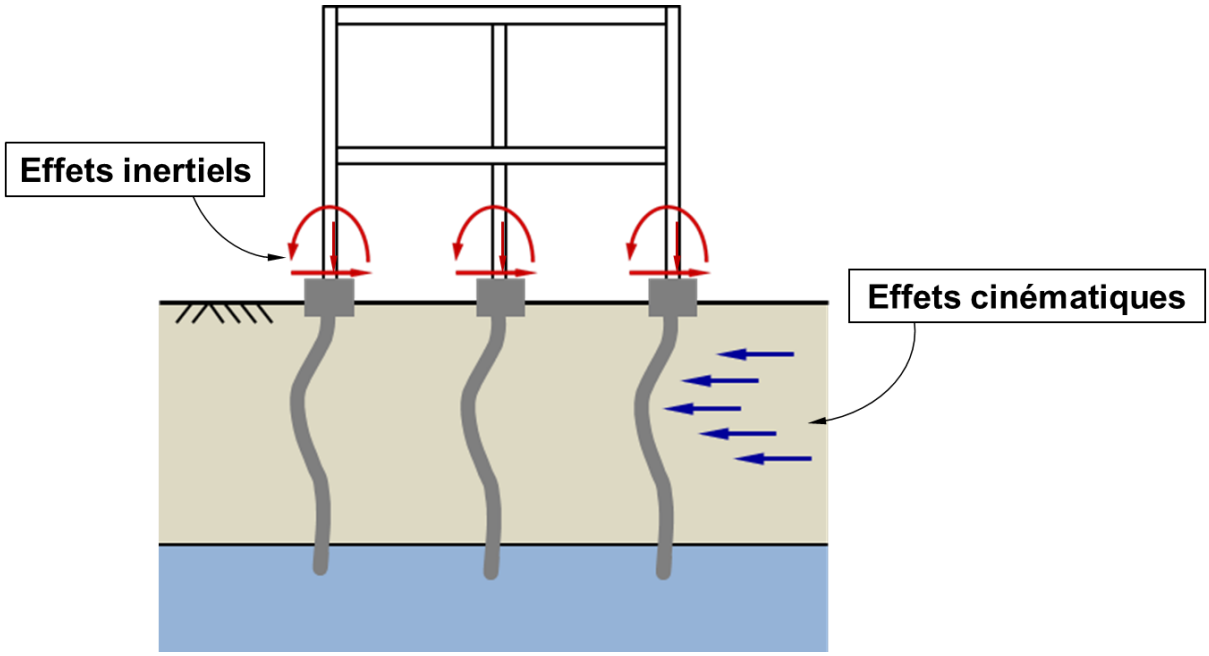


Figure 13 : Concepts d'effets inertiels et cinématiques sous séisme

4.1.2. Comportement du sol sous séisme

4.1.2.1. Adaptation du module à la gamme de déformation

Le traitement des effets sismiques dans le sol nécessite un choix approprié du module de cisaillement qui est défini, pour un échantillon isolé, comme le rapport entre le cisaillement appliqué τ et la distorsion qui en résulte γ :

$$G_{sismique} = \frac{\tau}{\gamma}$$

Le caractère non-linéaire du comportement d'un sol réel implique une dépendance de ce module de cisaillement à l'amplitude de la distorsion. Pour des séismes faibles à modérés, la gamme de distorsion « cible » est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-4} : dans ce domaine, les déformations plastiques sont limitées et les modèles dits « linéaires équivalents » sont applicables. Le sol peut alors être assimilé à un matériau élastique caractérisé par un module de cisaillement équivalent et un coefficient de Poisson. Cette gamme de déformation n'est pas celle des essais in situ usuels (pénétromètre, pressiomètre) ni celles des essais classiques de laboratoire (œdomètre, triaxial).

Ainsi, à défaut d'essais adaptés permettant de cibler précisément cette gamme de déformation (essais de propagation d'ondes, triaxiaux cycliques, colonne résonnante etc), il est souvent fait recours à des corrélations à partir d'essais in situ.

Dans la pratique, la définition du module de cisaillement (noté $G_{sismique}$) adapté à la gamme de déformation sous séisme peut être mené de deux façons :

- Par « dégradation » du module cisaillement dynamique maximal G_{max} (§4.1.2.2) ;
- Par « amplification » du module de déformation statique (§4.1.2.3).

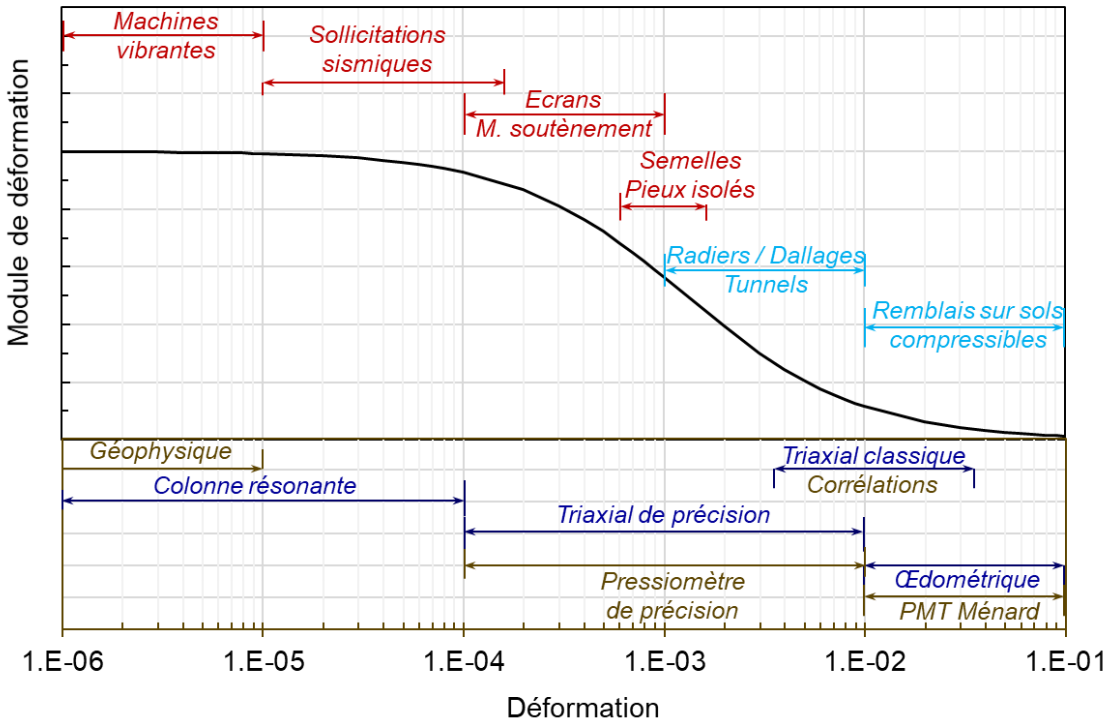


Figure 14 : Evolution du module avec le niveau de déformation et lien avec les essais usuels

4.1.2.2. Estimation de $G_{sismique}$ à partir de G_{max}

La valeur maximale du module de cisaillement, notée conventionnellement G_{max}, correspond à la gamme dite de « très faibles distorsions » (inférieures à 10^{-5}). Ce module est obtenu dans la pratique par des moyens géophysiques permettant la mesure directe de la vitesse d'ondes de cisaillement V_s (Essais de type Cross-Hole, par exemple) :

$$G_{max} = \rho V_s^2$$

Où ρ est la masse volumique du sol. Le tableau ci-dessous présente des fourchettes de valeurs du module de cisaillement pour différents types de sols.

	G_{max} [MPa]
Marnes	300 à 600
Sables denses	150 à 300
Sables lâches à moyens	30 à 150
Argiles raides	50 à 150
Argiles molles à fermes	10 à 50

Tableau 3 : Ordres de grandeur de G_{max} pour différents types de sol

A partir de sa valeur maximale G_{max}, le module de cisaillement décroit avec le niveau de distorsion selon une « courbe de dégradation » comme le montre la figure suivante. La courbe de dégradation dépend du type de sol étudié. Cette dégradation s'accompagne du développement d'un mécanisme d'amortissement qui est généralement négligé dans les approches pseudo-statiques (cet amortissement peut toutefois être mis à profit au titre d'une démarche d'optimisation).

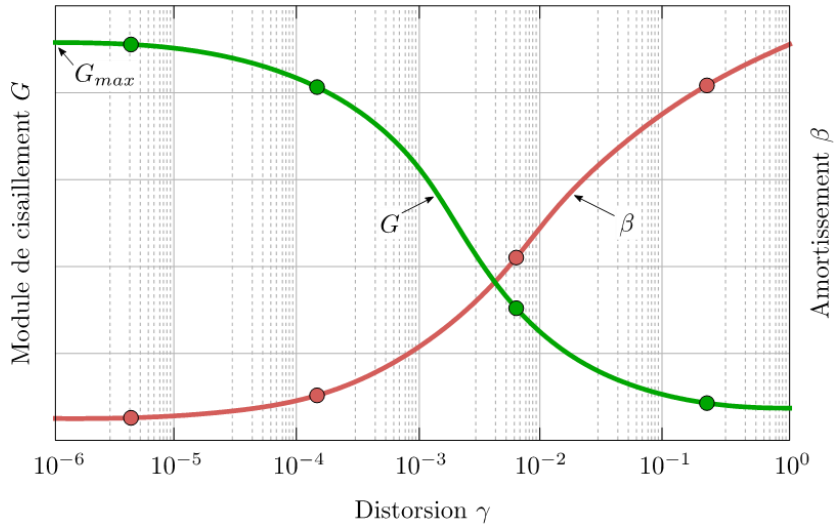


Figure 15 : Principe de dégradation du module de cisaillement avec la distorsion

L'obtention expérimentale de cette courbe de dégradation requiert la réalisation de plusieurs types d'essais permettant de couvrir une gamme de distorsions suffisamment large vis-à-vis des sollicitations du projet. A partir de cette courbe de dégradation, le choix du module de cisaillement peut être établi soit « forfaitairement » pour une gamme de déformation « cible », soit numériquement à l'aide d'un modèle de propagation d'ondes 1D/2D permettant de déterminer, à partir d'une donnée sismique temporelle (accélérogrammes par exemple), le profil du module de cisaillement sismique $G_{sismique}$ point par point en profondeur en cohérence avec la distorsion.

A défaut d'essais spécifiques, l'Eurocode 8-5 propose, en fonction de l'intensité du séisme, une dégradation forfaitaire du module G_{max} pour des distorsions allant jusqu'à 10^{-4}, pour des terrains situés à moins de 20 m de profondeur, et des vitesses d'ondes de cisaillement V_s inférieures à 360 m/s :

Accélération nominale	$G_{sismique}/G_{max}$
$a_N = 0{,}10$ g	0,80 ($\pm$ 0,10)
$a_N = 0{,}20$ g	0,50 ($\pm$ 0,20)
$a_N = 0{,}30$ g	0,36 ($\pm$ 0,20)

Tableau 4 : Valeurs forfaitaires de dégradation du module de cisaillement d'après l'Eurocode 8-5

4.1.2.3. Estimation de $G_{sismique}$ à partir du module pressiométrique E_M

Le module de cisaillement sismique $G_{sismique}$ peut être déterminé à partir du module de cisaillement statique « long terme » $G_{statique-LT}$ via un facteur « majorateur » dynamique k_d :

$$G_{sismique} \approx k_d \times G_{statique-LT}$$

Le facteur k_d varie entre 2 et 6 selon l'intensité du séisme. Ce facteur peut être relié au coefficient η introduit dans le CT 38 de l'AFPS moyennant la relation suivante :

$$k_d = 2 \times \eta$$

Les valeurs de η sont données dans le tableau suivant :

	Zones sismiques 2 et 3	Zone sismique 4	Zone sismique 5
η	3	3/2	1

Tableau 5 : Facteur η du Cahier 38 de l'AFPS

Le module de cisaillement statique $G_{statique-LT}$ peut être déduit du module de « Young » statique $E_{statique-LT}$ moyennant le coefficient de Poisson. La valeur de $E_{statique-LT}$ peut être reliée au module pressiométrique E_M selon l'annexe J de la NF P 94 261 :

$$E_{statique-LT} = 3 \text{ à } 6\ E_M \qquad \text{selon le type de sol}$$

Au final, le tableau suivant donne, en guise d'ordre de grandeur, les valeurs de $G_{sismique}/E_M$ pour différentes intensités du séisme (pour un coefficient de Poisson de 1/3).

		Zones 2 à 3	Zone 4	Zone 5
Argiles et Limons	Normalement consolidées	10	5,0	3,5
	Surconsolidées	7,0	3,5	2,5
Sables	Lâches	10	5,0	3,5
	Denses	7,0	3,5	2,5
Graves	Lâches	14	7,0	4,5
	Serrées	10	5,0	3,5

Tableau 6 : Valeurs indicatives du rapport $G_{sismique}/E_M$ en fonction de la zone de sismicité

4.2. Définition des lois p-y sous séisme

4.2.1. Choix du type de comportement

Vis-à-vis des effets inertiels et cinématiques, il peut être recommandé d'utiliser une loi élasto-plastique à deux paliers allant jusqu'à la pression limite (voir §3.2). Cette loi est constituée de deux coefficients de réaction et deux paliers plastiques. La définition des paramètres constitutifs de cette loi est discutée dans les paragraphes qui suivent.

4.2.2. Estimation à partir des données pressiométriques ou pénétrométriques

Les coefficients de réaction $k_{f,i}$ peuvent être estimés à partir des données pressiométriques ou pénétrométrique selon les relations présentées en §3.2.1 et §3.2.2 avec et les indications du tableau suivant.

Zone de sismicité	$\mu_1 = 2 \times \eta$	$\mu_2 = \mu_1/2$	p_{f1}	p_{f2}
2 à 3	6,0	3,0	p_{fluage}	p_{limite}
4	3,0	1,5	p_{fluage}	p_{limite}
5	2,0	1,0	p_{fluage}	p_{limite}

Tableau 7 : Valeurs des coefficients μ_i et des paliers p_{fi} pour des sollicitations sismiques

4.2.3. Estimation à partir du module de cisaillement sismique

Les coefficients de réaction $k_{f,i}$ peuvent également être estimés à partir du module de cisaillement sismique $G_{sismique}$ adapté à la gamme de déformation du projet selon les considérations présentées en §4.1.2. Pour un pieu circulaire flexible, le coefficient de réaction k_f est donné par :

$$k_{f,sismique} \approx 2{,}4(1+\nu_s)\frac{G_{sismique}}{B}$$

Où ν_s désigne le coefficient de Poisson du sol sous séisme.

Les coefficients de réaction $k_{f,i}$ et les paliers plastiques p_{fi} à utiliser sont donnés dans le Tableau 8.

$k_{f,1}$	$k_{f,2}$	p_{f1}	p_{f2}
$k_{f,sismique}$	$k_{f,sismique}$ /2	p_{fluage}	p_{limite}

Tableau 8 : Valeurs des coefficients $k_{f,i}$ et des paliers p_{fi} pour des sollicitations sismiques

4.3. Calcul des sollicitations d'origine inertielle

Pour les fondations sur pieux : les efforts inertiels transitent directement en tête des pieux via le système de liaison (semelle, radier, longrine etc.). Le calcul est mené à l'aide d'un modèle de pieu sous charge transversale en tête (correspondant à la DDC sismique issue du modèle Structure) en adaptant le comportement du pieu et du sol au caractère sismique (dynamique) de la sollicitation.

Pour les fondations sur inclusions rigides : les efforts inertiels transitent en partie en tête des inclusions et en partie à travers le sol environnant. Le calcul est donc mené en combinant une déformée libre du sol (correspondant à la part des efforts inertiels qui transitent via le sol) et des efforts en tête (correspondant à la part des efforts inertiels qui transitent directement en tête). Ces efforts en tête peuvent également être introduits par l'intermédiaire d'une condition cinématique de type "déplacement imposé en tête".

4.4. Calcul des sollicitations d'origine cinématique

4.4.1. Déformée cinématique du sol g(z)

La prise en compte des effets cinématiques sur les pieux et inclusions est menée en pratique sur PIECOEF+ en exploitant la notion de déplacement « libre » du sol introduite en §2.3 pour représenter le mode de vibration propre du sol. Cette approche permet un traitement plus réaliste de l'interaction cinématique sol/pieu notamment dans les situations où le pieu n'est pas en capacité (de par sa rigidité) de suivre la déformée du sol.

Pour un terrain multicouche, la déformée cinématique peut être obtenue par un modèle numérique 1D simulant la réponse dynamique du sol. A partir de ce modèle, la déformée cinématique est définie comme étant le mode de vibration fondamental. Le profil de la déformée cinématique peut s'écrire comme suit :

$$g(z) = g_{max} G(z)$$

avec :

- $G(z)$ déformée cinématique adimensionnelle
- g_{max} amplitude maximale

Le calcul de la déformée cinématique normalisée pour un multicouche nécessite la définition, pour chaque couche, du module de cisaillement dynamique sous séisme $G_{sismique}$ et de la masse volumique ρ.

En toute rigueur, la base d'un tel modèle doit coïncider non pas avec la base du pieu mais avec le toit du substratum sismique (défini conventionnellement par $V_s > 800$ m/s). Le module $G_{sismique}$ peut être estimé suivant les indications du §4.1.2.

4.4.2. Déformée cinématique adimensionnelle G(z)

Pour un terrain constitué d'un multicouche surmontant un substratum (sismique) peu déformable, la déformée cinématique g(z) sous séisme peut être approchée par un modèle analogique équivalent selon le schéma de la Figure 16.

Dans PIECOEF+, la résolution d'un tel modèle est menée à l'aide d'une discrétisation en un ensemble d'oscillateurs élémentaires (k_i, m_i). La réponse combinée de ces oscillateurs est ensuite représentée par une matrice de rigidité équivalente (assemblage des ressorts élémentaires k_i) et une matrice de masse équivalente (assemblage des masses élémentaires m_i). La recherche des valeurs propres du système matriciel ainsi constitué permet de renseigner sur les modes de vibration propres du multicouche et les pulsations propres associées.

La déformée cinématique du sol G(z) est prise comme étant le mode de vibration (normalisé) correspondant à la plus petite pulsation propre notée ω_0.

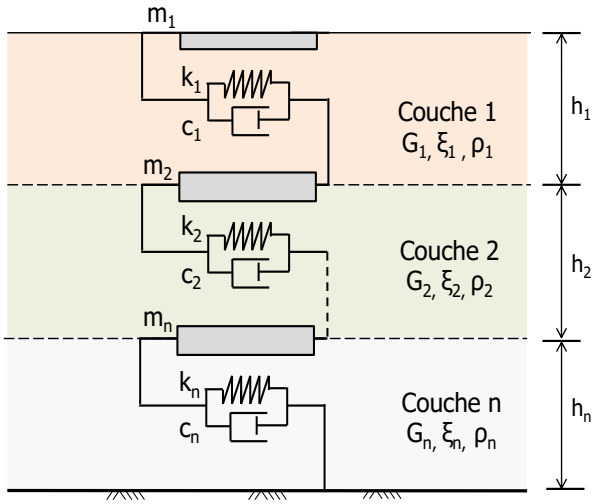


Figure 16 : Modèle en brochette

La mise en œuvre de ce modèle permet de retrouver le résultat des solutions analytiques usuelles pour un sol mono-couche ou bi-couche et, dans le cas d'un multicouche quelconque, de fiabiliser le calcul des sollicitations d'origine cinématique en prenant en compte finement le contraste de rigidités entre les couches.

4.4.3. Amplitude g_{max} de la déformée cinématique du sol

L'amplitude maximale de la déformée cinématique peut être obtenue à partir des spectres de réponse (élastiques) en déplacement : il s'agit par construction de l'asymptote dudit spectre quand la période d'oscillation tend vers l'infini. Dans le cadre du formalisme de l'Eurocode 8, cela conduit à l'expression suivante :

$$g_{max} = 0{,}025 . T_C T_D . a_N$$

Avec $T_C T_D$ le produit « spectral » équivalent et la a_N l'accélération sismique nominale dont les valeurs sont indiquées dans la figure suivante.

$$a_N = \underbrace{\gamma_1}_{\text{Classe ouvrage}} \times \underbrace{a_{gr}}_{\text{Zone sismique}} \times \underbrace{S}_{\text{Classe sol}}$$

γ_1

Catégorie d'importance de l'ouvrage	I	II	III	IV
Valeurs du coefficient d'importance γ_1	0,80	1,00	1,20	1,40

a_{gr}

Zone de sismicité	1	2	3	4	5
Accélération de référence au Rocher (g)	0,04	0,07	0,11	0,16	0,3

S

Classe conventionnelle du terrain	A	B	C	D	E
Valeur de S pour les zones sismiques 1 à 4	1,00	1,35	1,50	1,60	1,80
Valeur de S pour la zone sismique 5	1,00	1,20	1,15	1,35	1,40

$T_C T_D$

Classe conventionnelle du terrain	A	B	C	D	E
$T_C T_D$ (en s²) pour les zones sismiques 1 à 4	0,50	0,63	0,80	0,90	0,56
$T_C T_D$ (en s²) pour la zone sismique 5	0,80	1,00	1,20	1,60	1,00

Figure 17 : Formalisme conventionnel pour déterminer a_N et $T_C T_D$ selon l'Eurocode 8

A noter que dans certains « errements usuels », l'amplitude du déplacement cinématique du sol est déterminée via la pulsation propre en écrivant :

$$g_{max} \sim a_N/\omega_0^2$$

Où ω_0 désigne la pulsation propre du sol (également estimée par l'assistant de Piecoef+) et a_N l'accélération sismique nominale du site.

4.4.4. Calcul des sollicitations cinématiques

A partir de la déformée cinématique du sol, le calcul des sollicitations d'origine cinématique peut être mené à l'aide de PIECOEF+ selon les modalités suivantes :

- Adaptation du produit d'inertie du pieu (§3.1) et des lois p-y selon les indications du §4.2 ;
- Application d'une condition de blocage de rotation en tête du pieu ;
- Introduction d'un déplacement libre g(z) correspondant à la déformée cinématique du sol.

4.4.5. Cumul des sollicitations cinématiques et inertielles

La justification d'un pieu sous action sismique fait donc appel à deux calculs « découplés » : un calcul des sollicitations d'origine inertielle (§4.3) et un calcul des sollicitations d'origine cinématique (§4.4.4). La justification structurale des pieux est ensuite menée en combinant les sollicitations (= moments fléchissants et efforts tranchants) des calculs inertiels et cinématiques selon les modalités suivantes :

- Cumul algébrique des sollicitations pour $\left|T_{sol}^0 - T_{str}^0\right| \leq 0{,}2 \times T_{str}^0$
- Cumul quadratique des sollicitations pour $\left|T_{sol}^0 - T_{str}^0\right| \gg 0{,}2 \times T_{str}^0$

Où :

- $T_{sol}^0 =$ période propre du sol (résultat direct du modèle décrit au §4.4.2) ;
- $T_{str}^0 =$ période propre de la superstructure (résultat direct du modèle structure).

5. Flambement et effets de 2nd ordre

5.1. Introduction

Le flambement est la survenue d'une déformée latérale non nulle sous l'effet d'un chargement axial et en l'absence de tout chargement transversal (q = 0). Cette forme d'instabilité élastique apparaît pour des valeurs précises de l'effort axial ainsi appliqué dites "efforts de flambement". La valeur minimale de ces efforts est appelée "effort critique de flambement". Pour les problèmes de fondations, cela concerne les pieux de grande longueur ou de faible rigidité (micropieux, inclusions souples) ou des pieux libres sur une partie de leur hauteur.

Il existe en réalité une analogie mathématique directe entre le flambement en tant que mécanisme d'instabilité élastique et la "résonance" en tant que mécanisme d'instabilité dynamique qui apparaît pour des valeurs précises de la fréquence d'excitation d'un système élastique. L'approche de calcul utilisée dans PIECOEF+ s'appuie sur cette analogie et conduit la recherche des efforts de flambement selon la méthode de valeurs propres (Cuira, 2012) en tirant profit de la formulation matricielle présentée en §2.4.

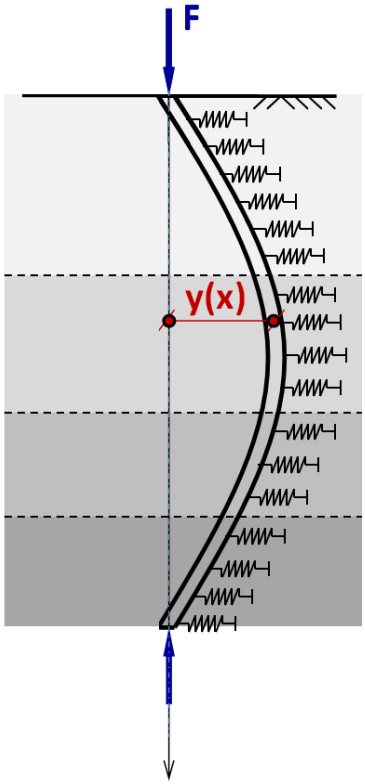


Figure 18 : Instabilité élastique par flambement d'une fondation profonde

5.2. Efforts critiques de flambement

On considère le cas d'une fondation profonde soumise à deux efforts de compression opposés sur ses deux extrémités. L'équilibre transversal de 2nd ordre de la fondation profonde se traduit par l'équation :

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EI(z)\frac{d^2y(z)}{dz^2}\right] + F\frac{d^2y(z)}{dz^2} = B(z)[q(z) - p(z)]$$

On cherche les valeurs de F permettant d'obtenir une solution non nulle y(z) de cette équation en l'absence de tout chargement latéral sur le pieu q(z) = 0. Mathématiquement, cela signifie que F est une valeur propre du système et que y(z) est le vecteur propre associé. Le traitement matriciel implémenté dans PIECOEF+ permet d'extraire l'ensemble des valeurs propres, notées F_i, du système et les déformées propres associées, notées y_i. Chaque couple (F_i, y_i) correspond à un mode de flambement bien précis comme l'illustre la figure ci-dessous.

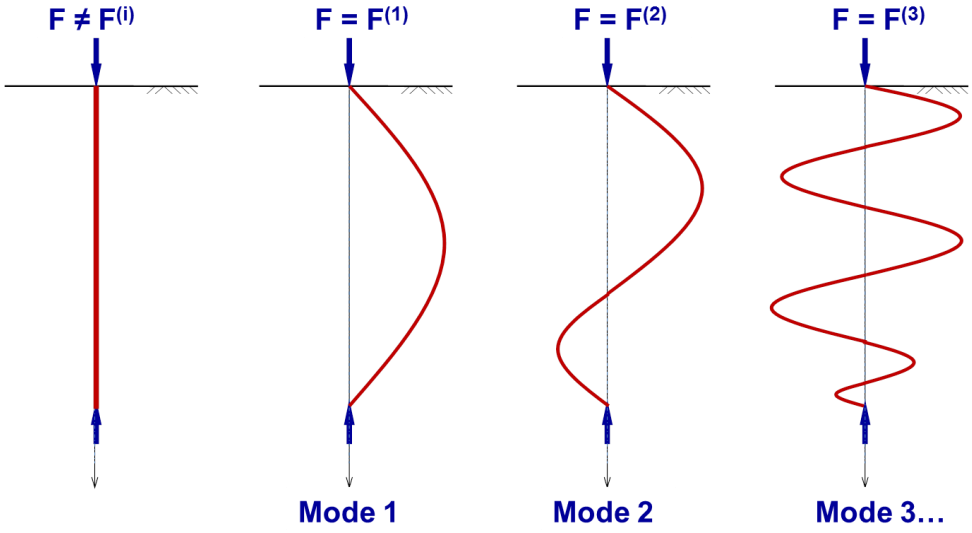


Figure 19 : Modes de flambement et efforts associés

L'effort critique flambement correspond à la plus petite des valeurs propres :

$$F_{cr} = \min_{i=1..n} (F_i)$$

A noter que le calcul des efforts de flambement est mené dans PIECOEF+ à l'issue de la résolution de l'équilibre « initial » de la fondation profonde sous chargement transversal. Il tient ainsi compte de la rigidité de la fondation, des conditions aux limites éventuelles, ainsi que de la part élastique de la réaction du sol obtenue à l'équilibre sous les conditions de chargement considérées.

Les résultats obtenus sont identiques à ceux issus de la bibliographie pour des cas simples (Souche, Mandel, Euler…) ou à ceux obtenus par traitement numérique "pas à pas" en grandes déformations.

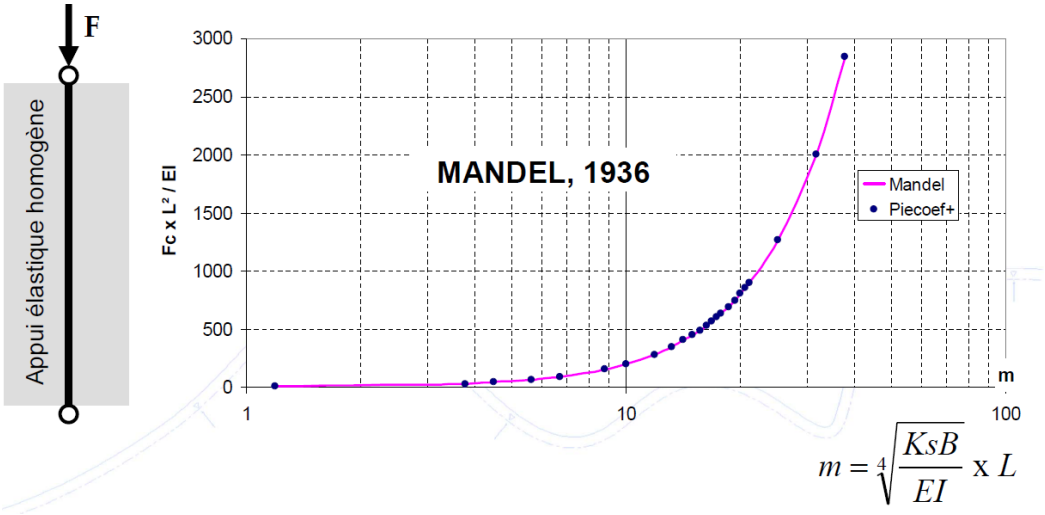


Figure 20 : Exemple d comparaison entre Piecoef+ et la solution de Mandel (1936)

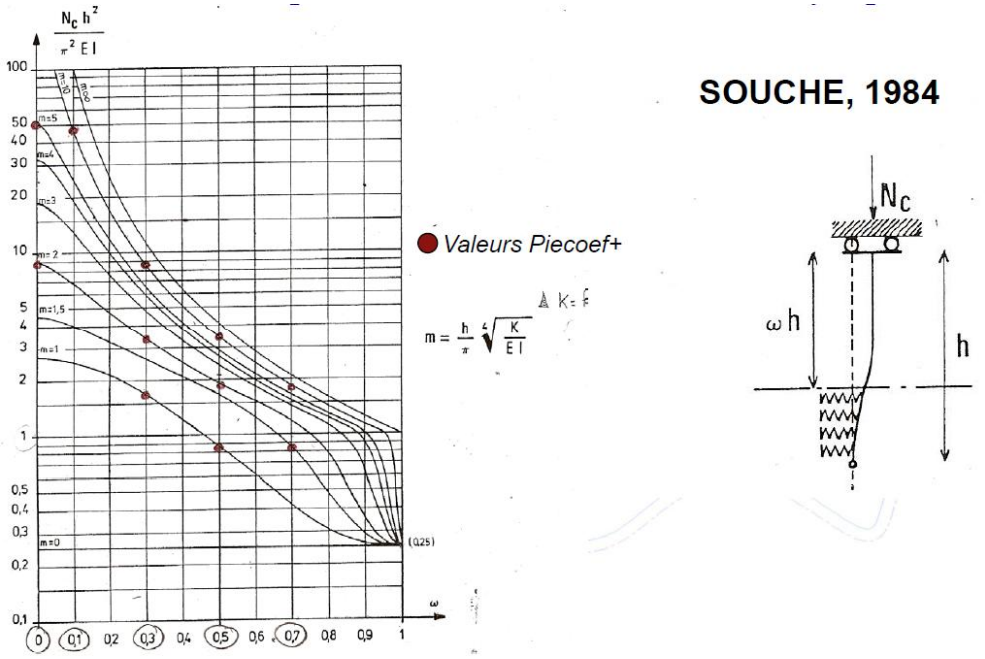


Figure 21 : Exemple de comparaison entre Piecoef+ et la solution de Souche (1984)

5.3. Traitement des effets de 2nd ordre

5.3.1. Mise en équation

On s'intéresse dans ce paragraphe au cas d'une fondation profonde présentant initialement une déformée y_0 non nulle correspondant soit à un chargement transversal initial soit par exemple à un défaut de forme ou de verticalité. La fondation profonde est ensuite soumise à l'application d'un effort axial supposé entièrement récupéré en pointe (approche sécuritaire). L'application de l'effort F conduit à un supplément de déformation de 2nd ordre noté y comme le schématise la figure suivante.

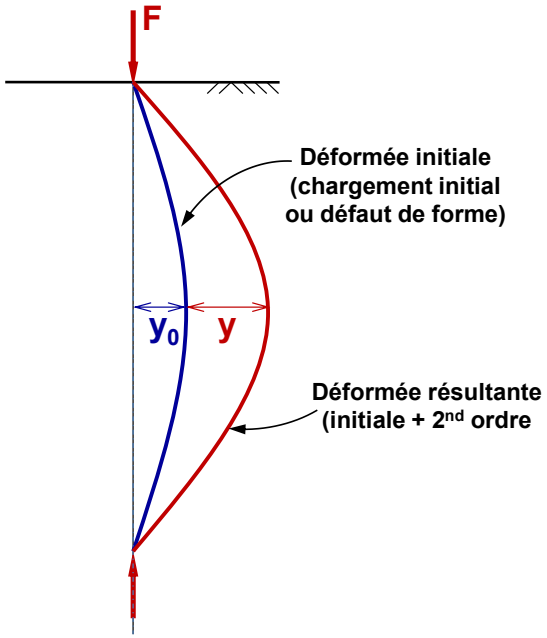


Figure 22 : Déformation de 2nd ordre sous l'effet d'un effort axial

L'équilibre de second ordre est régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EI(z)\frac{d^2y(z)}{dz^2}\right] + F\frac{d^2}{dz^2}(y + y_0) = B(z)[q(z) - p(z)]$$

La résolution de cette équation permet d'établir le déplacement y(z) en tout point et de remonter, par dérivation, aux sollicitations de 2nd ordre correspondantes.

Au titre de l'approche matricielle utilisée dans Piecoef+, la déformée "résultante" tenant compte des termes de 2nd ordre s'exprime comme une combinaison linéaire des modes de flambement propres selon le formalisme suivant :

$$\mathbf{y} + \mathbf{y}_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{F_i}{F_i - F}\alpha_i^0\, \mathbf{y_i}$$

Où $\mathbf{y_i}$ sont les vecteurs propres du système. Ainsi la déformée est amplifiée selon chaque vecteur propre i par un facteur λ_i égal à :

$$\lambda_i = \frac{F_i}{F_i - F}$$

Pour $F < F_{cr} = \text{Min}(F_i)$, ce facteur d'amplification est strictement supérieur à 1 pour tous les modes. On constate en particulier que lorsque F tend vers l'une des efforts de flambement F_i, le facteur d'amplification correspondant λ_i tend vers l'infini. Cela signifie que la fondation profonde périra toujours par « flexion composée » (par effet de 2nd ordre) bien avant que l'effort critique de flambement ne soit atteint.

5.3.2. Mise en œuvre pratique

Après avoir extrait les efforts de flambement (valeurs propres du système) et déformées propres associés (vecteurs propres du système), Piecoef+ exploite ensuite l'équation de 2nd ordre pour évaluer la déformée résultante ($y+y_0$) pour un effort axial $F = 0$ (calcul de 1er ordre), $F = 0{,}2\ F_{cr}$, $F = 0{,}4\ F_{cr}$, $F = 0{,}6\ F_{cr}$ et $F = 0{,}8\ F_{cr}$. Pour chaque déformée de 2nd ordre, un calcul des sollicitations (moments fléchissants) est établi en distinguant les deux situations suivantes :

- Déformée initiale liée à un chargement transversal : les moments fléchissants sont calculés à partir de la déformée résultante $y + y_0$;
- Déformée initiale liée à un défaut de forme ou de verticalité : les moments fléchissants sont calculés à partir de la déformée additionnelle y.

6. Traitement des déformations d'effort tranchant

6.1. Principe

L'ensemble des développements présentés précédemment s'appuie sur une discrétisation de la fondation profonde en éléments de poutre mince. L'hypothèse des poutres minces est implicitement introduite dans le modèle de Bernoulli qui consiste à négliger la contribution des déformations de cisaillement. La validité de cette hypothèse exige dans la pratique un rapport longueur/diamètre de la fondation au moins supérieur à 10 voire 20 dans certaines conditions d'appui. Le cas d'une fondation profonde de faible longueur et d'une manière générale le cas où les déformations de cisaillement ne peuvent être négligées, justifie le recours à un modèle de comportement adapté aux poutres épaisses, dit de Timoshenko.

La mise en équation de ce modèle nécessite de définir, en plus du produit d'inertie EI, la rigidité au cisaillement notée GS'. Pour un pieu de section homogène, celle-ci peut être estimée par le produit du module du cisaillement G et de la section "réduite" S' (voir §6.2). La combinaison des équations d'équilibre et de comportement conduit au système d'équations suivant :

$$\frac{d^2}{dz^2}\left[EI\frac{d\omega}{dz}\right] = B(z)[q(z) - p(z)] \qquad GS'\left(\omega - \frac{dy}{dz}\right) + \frac{d}{dz}\left[EI\frac{d\omega}{dz}\right] = 0$$

Où, en plus des grandeurs déjà définies en §2.4 :

- GS' est la rigidité au cisaillement de la fondation profonde ;
- ω désigne la distorsion (ou rotation) qui, dans le cadre du modèle des poutres épaisses, diffère de la dérivée première du déplacement transversal y.

La résolution de ce système est menée numériquement en introduisant une discrétisation de la fondation profonde en éléments de poutre épaisse. Les éléments utilisés sont des éléments à 2 nœuds et 4 degrés de liberté par nœud : 1 déplacement, 1 rotation ainsi que leurs deux dérivées premières respectives. Dans le cadre de cette discrétisation, l'équilibre de la fondation se traduit par une formulation matricielle similaire à celle présentée en §2.4.3 , de taille 4(p+1) x 4(p+1) où p désigne le nombre total d'éléments.

6.2. Détermination de la rigidité au cisaillement GS'

La rigidité au cisaillement GS' est le produit, du module de cisaillement G du matériau constitutif de la fondation, par la section réduite S'. Le module de cisaillement s'exprime en fonction du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν à l'aide de la relation : $G = E/2(1+\nu)$. Quant à la section réduite **S'**, celle-ci est égale à une fraction de la section de la fondation profonde **S**. Le rapport **S'/S** dépend de la forme géométrique de la section. On donne ci-après quelques ordres de grandeur pour les formes géométriques courantes :

- Section rectangulaire pleine **S'** = 5/6 **S**
- Section circulaire pleine **S'** = 6/7 **S**
- Profilé tubulaire mince **S'** = 1/2 **S**
- Profilé H **S'** = 1/3 à 2/3 **S**

7. Bibliographie

Baguelin F., Bustamante M. et Frank R. (1986). The pressuremeter for foundations: French experience. Proc. Conference Use of In-Situ Tests in Geotechnical Engng, Blacksburg, VA, ASCE, Geot. Special Pub., n° 6, 31-46.

Bourges F., Frank R. et Mieussens C. (1980). Calcul des efforts et des déplacements engendrés par des poussées latérales de sol sur les pieux. Note Technique du Département Sols et Fondations, LCPC, Paris, 17 p.

Bourgeois E., Burlon S. et Cuira F. (2018). Modélisation numérique des ouvrages géotechniques. Techniques de l'ingénieur, C 258.

Cuira F. (2012). Modélisation du flambement d'un pieu souple dans un sol multicouche. JNGG, Bordeaux.

Cuira F. et Brûlé S. (2017). Pratique de l'interaction sol-structure sous séisme. AFNOR Editions.

Cuira F. et Simon B. (2016). Apports de l'interaction sol-structure dans la conception des fondations. JNGG, Nancy.

Frank R., Cuira F., et Burlon S. (2018). Calcul des fondations superficielles et profondes. Presses des Ponts.

Frank R. (1984). Études théoriques de fondations profondes et d'essais en place par autoforage dans les Laboratoires des Ponts et Chaussées et résultats pratiques (1972-1983). Rapport de recherche LPC n° 128, LCPC, Paris, juin, 95 p

Gazetas G. (1991). Formulas and charts for impedances of surfaces and embedded foundations. Journal of Geotechnical Engineering, 117, 9.

Vaziri H., Simpson B, Pappin J.W., Simpson L. (1982), Integrated forms of Mindlin's equations. Géotechnique, 32, 3, 275-278.